

**Верушкін Іван Олексійович**

аспірант

Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАНУ, Україна

**Стрельнікова Олена Олександрівна**

д.т.н., проф. провідний науковий співробітник

Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАНУ, Україна

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ГІДРОПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ ГІПЕРСИНГУЛЯРНИХ РІВНЯНЬ**

Розроблено методику визначення частот та форм власних коливань елементів конструкцій при двобічному контакті з рідиною. Вважається, що рідина є ідеальною і нестисливою, а її рух, індукований коливаннями конструктивного елементу є безвихровим. За ці умови існує потенціал швидкостей, що всюди в області, що зайнята рідиною, задовольняє рівнянню Лапласа. На поверхнях конструктивного елементу задається умова непротікання. Ця умова полягає в рівності нормальних компонент швидкостей рідини та конструкції. Для знаходження переміщень конструкції використовуються рівняння руху під дією навантаження, що обумовлено тиском рідини. Тиск рідини, своєю чергою, визначається з рівняння Лапласа, граничні умови для якого містять невідому швидкість конструкції. Тобто отримано зв'язану задачу щодо визначення гідропружних коливань. Для розв'язання сформульованої задачі використано метод заданих форм [1]. Спочатку визначаються частоти і форми коливань пружного елементу без урахування сили тиску з боку рідини. За отриманими формами будується подання переміщень конструкції, що взаємодіє з рідиною, у вигляді відповідного ряду. Далі розв'язується крайова задача Неймана для рівняння Лапласа, при цьому граничні умови містять відомі функції, а саме, форми коливань пружного елементу, що були отримані на першому етапі.

Розв'язання цієї задачі виконано із застосуванням теорії потенціалу. Невідому функцію зображено у вигляді потенціалу подвійного шару. Граничні умови при цьому призводять до гіперсингулярного інтегрального рівняння відносно невідомої густини, яка й відображає тиск рідини. Надалі це двовимірне гіперсингулярне рівняння зводиться до одновимірного. В даному дослідженні застосовано новий ефективний метод розв'язання гіперсингулярних інтегральних рівнянь на круговій області та застосовано його для визначення частот і форм вільних коливань круглої пластинки, що занурена в рідину. Отримано аксіально-симетричне формулювання методу гіперсингулярних інтегральних рівнянь [2]. Знайдені числові розв'язки одновимірному гіперсингулярного рівняння з правими частинами у вигляді комбінацій функцій Бесселя. Розроблено алгоритм побудови матриці приєднаних мас, що дало змогу знайти частоти власних коливань пластинки з урахуванням приєднаних мас. Встановлено, що згідно з властивостями гіперсингулярного оператора, функції розв'язки гіперсингулярних рівнянь відновлюють характер функцій правих частин. Зі зростанням номера частоти амплітуди розв'язків зменшуються за абсолютною величиною, що свідчить про зменшення впливу приєднаних мас рідини на вищі частоти. Здійснено порівняння отриманих числових результатів з відомими аналітичними розв'язками. Отримано добре узгодження результату, що свідчить про вірогідність запропонованого методу. Після цього розроблений алгоритм побудови матриці приєднаних мас, що дало змогу знайти частоти власних коливань круглої пружної пластинки з урахуванням приєднаних мас рідини.

#### Список джерел:

1. Strelnikova E., Gnitko V., Krutchenko D., Naumemko Y. Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles J. Modern Technology & Engineering Vol.3, No.1, 2018, pp.15-52.
2. Vierushkin, I., & Strelnikova, E. (2020). Метод гіперсингулярних інтегральних рівнянь в задачі визначення частот та форм коливань круглої пластинки, зануреної в рідину. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*, 48, 6-21.